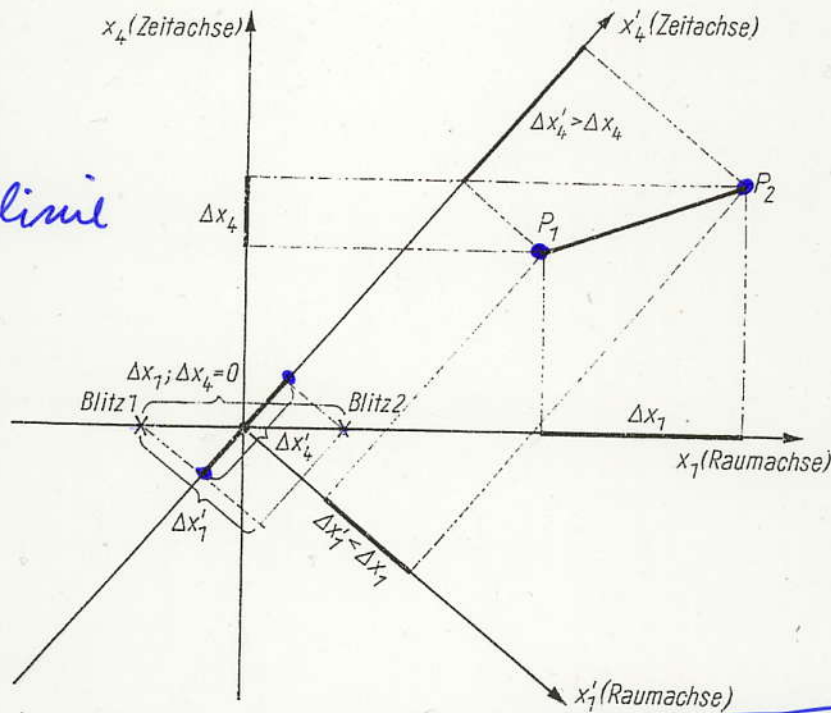


2 rechtwinklige Koordinatensysteme (x_1, x_4) und (x_1', x_4') um Winkel gegeneinander verdreht

P_1, P_2 Ereignisse (Weltpunkte) im Raum-Zeit-Kontinuum

Verbindung
 $\overline{P_1 P_2} = \text{Weltlinie}$



Pythagoras (4D) $\Rightarrow \overline{P_1 P_2} = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \Delta x_4^2}$
 Abstand $\overline{P_1 P_2}$ wird in beiden Systemen gleich beurteilt
 $\overline{P_1 P_2} = \Delta s = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_4^2} = \sqrt{\Delta x_1'^2 + \Delta x_4'^2} = \text{invariant}$

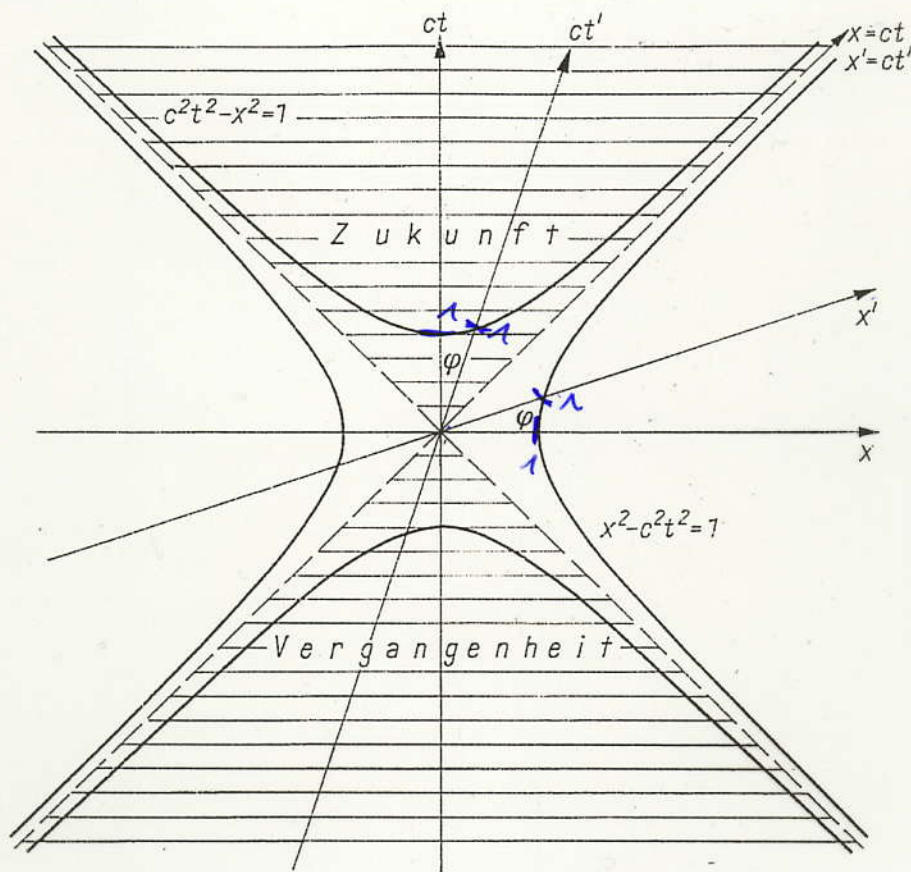
$$\Rightarrow \Delta s^2 = x^2 - c^2 t^2 = x'^2 - c^2 t'^2$$

verallg.: $ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2 = dx_1'^2 + dx_2'^2 + dx_3'^2 + dx_4'^2$

Quadrat des Weltlinienelements ist Invariante
 $dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - c^2 dt^2 = dx_1'^2 + dx_2'^2 + dx_3'^2 - c^2 dt'^2$

Beziehung wird auch als LT bezeichnet,
 beide Seiten der Gleichung stellen Lichtkegel
 mit Radius $c t$ bzw. $c t'$ dar deren Mittel-
 punkte im Koordinatensystem liegen
 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = c^2 t^2$; $x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 = c^2 t'^2$

LT: Transformation eines rechtwinkligen (x, ct)
 S -Systems in ein schiefwinkliges (x', ct')
 S' -System



Winkel $x-x'$ -Achse: $\varphi = \arctan \beta$

- " - $ct-ct'$ -Achse: $\varphi = \arctan \beta$

Metrik: $x^2 - c^2t^2 = \pm 1 = x'^2 - c^2t'^2$

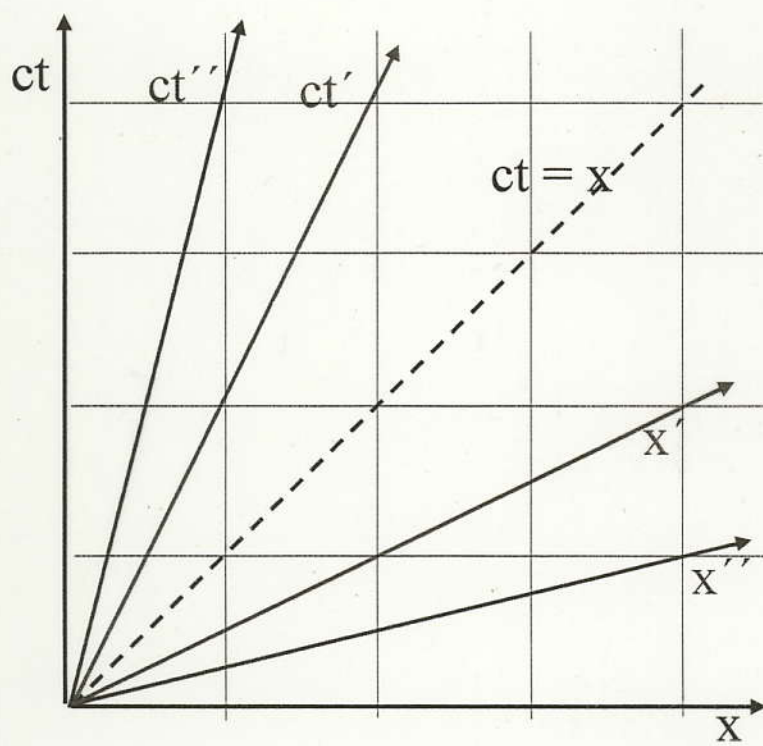
4 Bereiche der metrischen Relationen, in denen ein Ereignis (x_1, x_2, x_3, ct) relativ zu $(0, 0, 0, 0)$ stattfinden kann.

Vergangenheit: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < c^2t^2$; $t < 0$

Zukunft: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < c^2t^2$; $t > 0$

Lichtkegel: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = c^2t^2$

Gegenwart: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > c^2t^2$



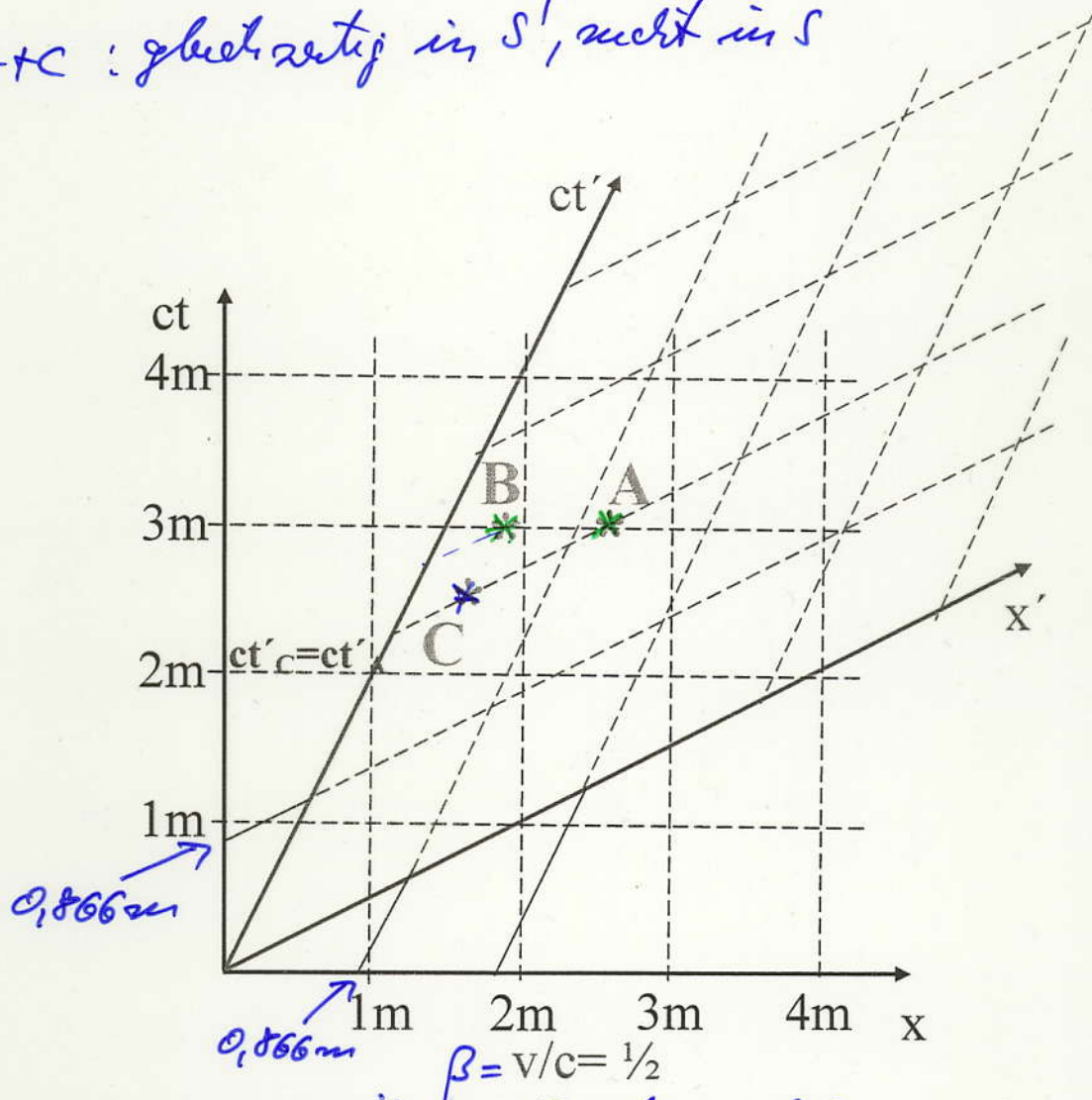
$S' \quad v/c = 1/2$

$S'' \quad v/c = 1/4$

Gleichzeitigkeit und Achsenabschnittung der Bezugssysteme

A+B: gleichzeitig in S, weil $ct_A = ct_B$
nicht gleichzeitig in S', weil $ct'_B > ct'_A$

A+C: gleichzeitig in S', nicht in S



Achsenabschnitte (= Rastermaß)

wo schneidet die Linie $x' = 1m$ die x -Achse, d.h.

$ct = 0$?

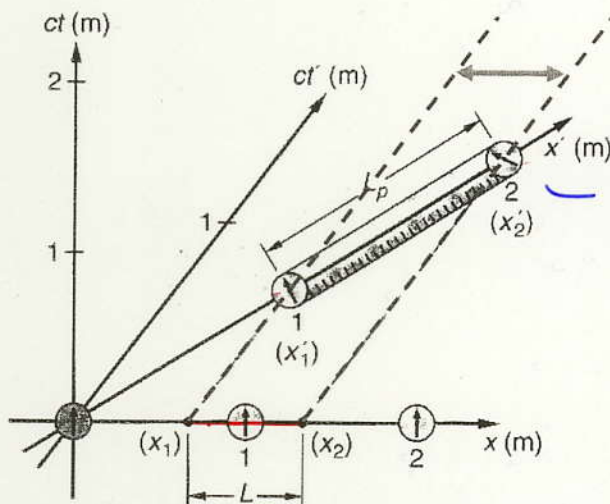
$$1m = x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}; \text{ mit } t=0 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1m \Rightarrow x = \sqrt{1-\beta^2} = 0,866m$$

wo schneidet die Linie $ct' = 1m$ die ct -Achse, d.h.

$x = 0$?

$$1m = ct' = \frac{ct - \beta x}{\sqrt{1-\beta^2}}; \text{ mit } x=0 \Rightarrow ct = \sqrt{1-\beta^2} = 0,866m$$

Längenkontraktion



— Maßstab ruht im S' -System

gemessene Länge des ruhenden Objekts =
Eigenlänge L_0

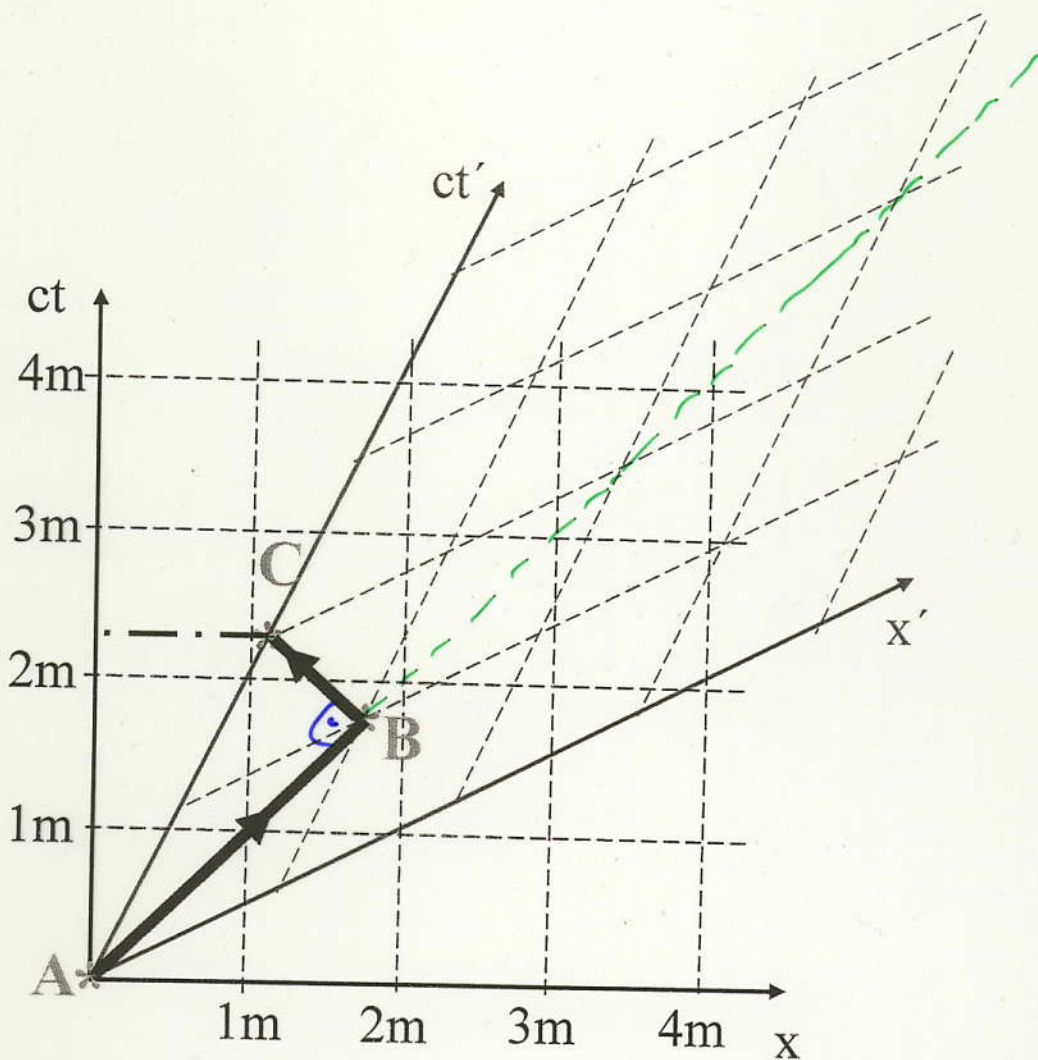
$$L_0 = x_2' - x_1'$$

zur Zeit $t' = 0$

System S : $L = x_2 - x_1$, wobei die Position der
Stabenden zum selben
Zeitpunkt $t_1 = t_2$
gemessen werden müssen

$$\Rightarrow L = L_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

Zeitdilatation



Weltlinie des Lichtstrahls ist A-B-C

Ereignisse:

A = Erzeugung bei $x_A \neq x_A'$ zum Zeitpunkt
 $t_A = t_{A'} = 0$

B = Reflexion bei $x_B' = 1m \neq x_B$

C = Auftreffen am Erzeugungsort $x_C' = 0$

Steigung des Lichtstrahls: Hinweg: $+45^\circ$
 Rückweg: -45°

Zeitpunkt des Auftreffens bei $x' = 0$

$$ct_C' = 2m$$

$$ct_C = \frac{2m}{\sqrt{1-\beta^2}} > ct_C'$$