Universität Würzburg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Peter Müller
Dr. Peter Fleischmann

SS 2006
20.06.2006

8. Übung zur Linearen Algebra II

Abgabe: Bis Mittwoch, 28.06.2006, 11:00 Uhr in die Briefkästen vor der Bibliothek.

8.1 Man berechne $\det(E + uv^T)$ für komplexe Vektoren u und v. (3 Punkte)

8.2 Es sei $A = (a_{jk}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ mit $|a_{jj}| > \sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} |a_{jk}|$ für alle $j = 1, \ldots, n$. Zeigen Sie, dass A nichtsingulär ist. (3 Punkte)

8.3 Sei $A = B + iC$ hermitesch mit B, C reell. Man zeige, dass

$$M := \begin{pmatrix} B & -C \\ C & B \end{pmatrix}$$

symmetrisch ist und bestimme den Zusammenhang zwischen den Eigenvektoren und Eigenwerten von A und M. (4 Punkte)

8.4 Sei $V = C[-1, 1]$ der Vektorraum der auf dem Intervall $[0, 1]$ stetigen reellwertigen Funktionen, versehen mit dem Skalarprodukt $s(f, g) := \int_0^1 f(t)g(t)\,dt$. Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis des Unterraumes $U := \langle 1, x, x^2\rangle$, die Darstellungsmatrix von s bezüglich der Basis $\{1, x, x^2\}$ von U, sowie den Abstand zwischen $f = 1 + x$ und $g = x^2 - 1$ in V.

(5 Punkte)