Universität Würzburg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Peter Müller
Dr. Peter Fleischmann

SS 2006
13.06.2006

7. Übung zur Linearen Algebra II

Abgabe: Bis Mittwoch, 21.06.2006, 11:00 Uhr in die Briefkästen vor der Bibliothek.

7.1 Bestimmen Sie die Jordan-Normalform J von

$$A = \begin{pmatrix} -11 & -1 & 7 & 5 \\ -18 & 1 & 11 & 7 \\ -10 & -1 & 7 & 4 \\ -19 & -1 & 11 & 9 \end{pmatrix}$$

und geben Sie eine Transformationsmatrix T mit $J = T^{-1}AT$ an. (7 Punkte)

7.2 Sei $V = K^2$. Zeigen Sie:

(a) Die Abbildung $\langle\cdot,\cdot\rangle$ ist eine Bilinearform mit

$$\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1y_2 - y_1x_2.$$

(b) $\langle\cdot,\cdot\rangle$ ist nichtausgeartet, aber für jeden Vektor $v \in V$ gilt $\langle v, v\rangle = 0$.

(2+2 Punkte)

7.3 Sei $\beta(x, y) = x^T Ay$ eine symmetrische Bilinearform auf $\mathbb{R}^2$ mit A symmetrisch und $\det(A)$, $\mathrm{Spur}(A) > 0$. Gilt dann $\beta(x, x) > 0$ für alle $x \neq 0$? Gilt die analoge Aussage auch für $\mathbb{R}^3$? (3+1 Punkte)

7.4 Sei $\beta(x, y)$ eine symmetrische Bilinearform auf $\mathbb{R}^n$, so dass $\beta(e_i, e_j) > 0$ für die Standard-Basisvektoren $(e_1, \ldots, e_n)$. Ist β dann positiv definit? (3 Punkte)

7.5 Sei B eine $n \times n$ Matrix über $\mathbb{C}$. Zeigen Sie, die Form $\beta(x, y) = x^T B^T \overline{By}$ ist genau dann hermitesch und positiv definit, wenn B invertierbar ist. (3 Punkte)