Universität Würzburg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Peter Müller
Dr. Peter Fleischmann

WS 05/06
29.11.2005

6. Übung zur Linearen Algebra I

Abgabe: Bis Mittwoch, 07.12.2005, 12:00 Uhr in die Briefkästen vor der Bibliothek.

6.1 Seien S, T zwei Unterräume eines Vektorraums V, die nicht ineinander enthalten sind, d.h. $S \nsubseteq T, T \nsubseteq S$. Zeigen Sie, dass die Vereinigung $S \cup T$ kein Unterraum von V ist. (2 Punkte)

6.2 Seien $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$.

(a) Prüfen Sie, ob die Vektoren $v_1 = (4, 4, 4)$, $v_2 = (2, 4, 6)$ und $v_3 = (3, 4, 5)$ ein Erzeugendensystem von $\mathbb{R}^3$ bilden.

(b) Untersuchen Sie, für welche $t \in \mathbb{R}$ die Vektoren

$$v_1 = (1,\ 3,\ 4),\ v_2 = (3,\ t,\ 11),\ v_3 = (-4,\ -4,\ 0)$$

linear abhängig in $\mathbb{R}^3$ sind. (3+4 Punkte)

6.3 Konstruieren Sie eine Basis für den von

$$v_1 = (1,\ -2,\ 0,\ 1), \quad v_2 = (0,\ 0,\ 2,\ 5) \text{ und } v_3 = (-2,\ 4,\ 2,\ 3)$$

erzeugten Untervektorraum von $\mathbb{R}^4$ und ergänzen Sie diese Basis dann zu einer Basis von $\mathbb{R}^4$. (3+3 Punkte)

6.4 Sei $\mathbb{R}$ betrachtet als Vektorraum über $\mathbb{Q}$. Sei $\mathbb{L} = \{\ln(p) \mid p \text{ prim}\}$ die Menge der Logarithmen aller Primzahlen. Zeigen Sie:

(a) Jeweils endlich viele Elemente aus $\mathbb{L}$ sind im Vektorraum über dem Körper $\mathbb{Q}$ linear unabhängig. (Nutzen Sie die Logarithmus-Gesetze aus.)

(b) $\mathbb{R}$ hat betrachtet als Vektorraum über $\mathbb{Q}$ keine endliche Dimension.

(4+3 Punkte)

Hinweis: Zur Analysis und Linearen Algebra werden Fragestunden angeboten. Die Fragestunden sind freiwillig und für interessierte Studierende/Frühstudierende offen. Es wird kein zusätzlicher Stoff geboten und es geht auch nicht um das Vorführen von Lösungen zu den aktuellen Übungsaufgaben. Vielmehr soll eine weitergehende Gelegenheit für Fragen, Tipps zum Nachbereiten des Vorlesungsstoffs und für gemeinsames Arbeiten gegeben werden.

Lineare Algebra (Wibke Rohlfs)			Analysis (Martin Sonntag)		
Montag	16:00-16:45	SE37	Dienstag	16:00-16:45	SE36
Montag	17:00-17:45	SE36	Dienstag	17:00-17:45	SE36