Universität Würzburg
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Helmut Pabel
Dipl.-Math. Martin Hintermeier

Wintersemester 2007/2008
Würzburg, den 9.1.2008

# 10. Übungsblatt zur Differentialgeometrie I

(Abgabe am 16.01.2008 vor den Übungen)

**Aufgabe 1.**

Sei $\Phi : w \in \mathbb{C} \mapsto \Phi(w) := \begin{pmatrix} \frac{w}{2} - \frac{w^3}{6} \\ i(\frac{w}{2} + \frac{w^3}{6}) \\ \frac{w^2}{2} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^3$.

a) Bestimmen Sie die parametrisierte Fläche $x : (u, v) \mapsto x(u, v) := Re(\Phi(u + iv))$.

b) Zeigen Sie: $x$ ist eine isotherm parametrisierte Minimalfäche.

c) Zeigen Sie weiterhin, dass die Parameterlinien von $x$ ebene Krümmungslinien sind.

**Aufgabe 2.**

Gegeben sei eine Flächenkurve im $\mathbb{R}^3$ mit Tangentenvektorfeld $T$ und Seitenvektorfeld $S$.

a) Bestimmen Sie längs der Kurve die Darstellungsmatrix des Weingartenendomorphismus $A$ bzgl. der tangentialen Basis $(T, S)$.

b) Zeigen Sie, dass speziell für eine wendepunktfreie Asymptotenlinie die Beziehung $\tau^2 = -K$ gilt, wobei $\tau$ die Kurventorsion und $K$ die Gaußsche Krümmung der Fläche ist.

**Aufgabe 3.**

Seien $X, Y, Z$ tangentiale $C^1$-Vektorfelder einer Hyperfläche $x$ im $\mathbb{R}^n$ und $f$ eine auf $x$ definierte $C^1$-Funktion. Zeigen Sie:

a) Die Lieklammer $[X, Y]$ ist wiederum ein tangentiales Vektorfeld.

b) $[X, Y] = -[Y, X]$

c) $[X + Y, Z] = [X, Z] + [Y, Z]$

d) $[f \cdot X, Y] = d_Y f \cdot X + f \cdot [X, Y]$.