JULIUS-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT WÜRZBURG
INSTITUT FÜR MATHEMATIK

Prof. Dr. H. Pabel
Ralf Winkler

Würzburg, den 18. Oktober 2006

1. Übung zur Analysis III

Wintersemester 2006/07

1.) **(4 Punkte)** Untersuchen Sie, ob durch die Gleichungen

$$x + y - \sin z \,=\, 0 \qquad \text{und} \qquad e^z - x - y^3 \,=\, 1$$

in einer Umgebung von $x = 0$ zwei Funktionen $y(x)$, $z(x)$ mit $y(0) = z(0) = 0$ definiert werden und ob selbige in diesem Fall bei $x = 0$ lokale Extrema besitzen.

2.) **(4 Punkte)** Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$e^{-\frac{x}{2}} - x \,=\, 0$$

in $[0, 1]$ genau eine Lösung $\bar{x}$ besitzt und bestimmen Sie mit Hilfe des Fixpunktverfahrens eine Stelle $\mathring{x} \in [0, 1]$ mit

$$|\bar{x} - \mathring{x}| \,\leq\, 5 \cdot 10^{-3}\,.$$

Man gebe eine Zahl k an, so dass man nach k Iterationen einen Wert $\bar{x}$ mit $|\bar{x} - \mathring{x}| \leq 10^{-6}$ erhält.

3.) **(4 Punkte)** Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x, y, z) \,=\, x + y - z$$

auf der Menge

$$T \,:=\, \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2 + 2y^2 \,=\, 1 \quad \text{und} \quad 4x = 3z\}$$

auf die Existenz eines absoluten Maximums und Minimums und berechnen Sie diese.

4.) **(4 Punkte)** Bestimmen Sie eine integralfreie Darstellung der Funktion

$$F(x) \,=\, \int_0^{x^2} \operatorname{Arctan}\frac{y}{x^2}\, dy \qquad (x > 0)$$

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst F'.

5.) **(4 Punkte)** Es sei

$$f \,:\, G \subset \mathbb{R}^n \,\rightarrow \mathbb{R}^m$$

eine stetig differenzierbare Abbildung und $m < n$. Man beweise, dass f dann **nicht injektiv** sein kann.

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis spätestens **Mittwoch, den 25. Oktober, 12:00 Uhr**, in die richtigen Briefkästen neben der Mathe/Info-Teilbibliothek.

Eine Anmeldung zu den Übungen kann noch bis 20. Oktober, 12:00 Uhr erfolgen unter

http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/uebungsanmeldung.