Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Mathematisches Institut

Prof. Dr. H. Pabel
Ralf Winkler

Würzburg, den 26. Oktober 2005

1. Übung zur Analysis I

Wintersemester 2005/06

1.) Gegeben sei eine Grundmenge E sowie ein Mengensystem $\mathcal{A}$ mit $\forall_{A\in\mathcal{A}}\ A \subset E$. Beweisen Sie die *erste de Morgansche Regel*:

$$E\backslash \bigcap_{A\in\mathcal{A}} A = \bigcup_{A\in\mathcal{A}} (E\backslash A)\,.$$

2.) Formalisieren Sie die folgenden Aussagen unter Benutzung der Abkürzungen

α : Es ist Wochenende. und β : Ich schlafe aus.

sowie unter Verwendung von aussagenlogischen Symbolen:

a.) Am Wochenende schlafe ich aus.

b.) Ich schlafe höchstens dann aus, wenn Wochenende ist.

c.) Ich schlafe dann und nur dann aus, wenn Wochenende ist.

d.) Ich schlafe mindestens dann aus, wenn Wochenende ist.

e.) Ich schlafe nur dann nicht aus, wenn Wochenende ist.

f.) Ich schlafe nur dann aus, wenn nicht Wochenende ist.

3.) Es seien α, β und γ Aussagen: Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln die Allgemeingültigkeit von

$$\begin{array}{llcl}
\text{a.)} & \alpha \wedge (\beta \vee \gamma) & \Leftrightarrow & (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)\,, \\
\text{b.)} & (\alpha \Rightarrow \beta) & \Leftrightarrow & ((\alpha \vee \beta) \Leftrightarrow \beta) \\
\text{c.)} & (\alpha \Rightarrow \beta) & \Leftrightarrow & \neg\,\alpha \vee \beta\,.
\end{array}$$

4.) Für die Zulassung zum Vordiplom beschloss der Fachbereichsrat einer fränkischen Mathematikfakultät die folgende Diplomprüfungsordnung: Hinsichtlich eines Scheinerwerbs in den Fächern *Geotromie*, *Analytische Algebra*, *Seltene Differentialgleichungen* und *Weißbierkunde* seien **alle** folgenden Kriterien zu erfüllen:

a.) Wurde der Weißbierschein nicht erworben, so muss ein Schein in Analytischer Algebra vorhanden sein.

b.) Fehlt der Schein in Analytischer Algebra, so müssen der Geotromie- und der Weißbierschein vorliegen.

c.) Wurden weder der Geotromie-Schein noch der Schein in Analytischer Algebra erworben, so müssen der Schein zu Seltene Differentialgleichungen und der Weißbierschein vorhanden sein.

Das Kultusministerium lehnte daraufhin die Diplomprüfungsordnung wegen „undurchsichtiger Formulierungen" ab. Der Fachbereichsratsvorsitzende wurde aufgefordert, die Scheinerwerbsbedingungen so umzuformulieren, dass möglichst wenige, einfache Alternativen entstehen. Helfen Sie dem armen Mann!

Hinweis: Verwenden Sie abkürzende Bezeichnungen für die oben genannten Scheinanforderungen. Benutzen Sie dazu neben den Ihnen aus der Vorlesung bekannten Wahrheitsgesetzen auch Aufgabe 3.

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis spätestens **Donnerstag, den 03. November, 12:00 Uhr**, in die richtigen Briefkästen neben der Mathe/Info-Teilbibliothek.

Allgemeine Hinweise:

Bitte versehen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen sowie der Nummer Ihrer Übungsgruppe. Die Abgabe einer gemeinsamen Bearbeitung durch (maximal) zwei Personen ist **ausdrücklich erwünscht**. Kennzeichnen Sie bitte im Falle der Einteilung Ihres Bearbeitungspartners in eine andere Übungsgruppe diejenige Gruppe, in der Sie die Rückgabe Ihres Lösungsvorschlags wünschen.

Für alle Aufgaben gilt: Sämtliche Aussagen sind mit Hilfe der aus der Vorlesung bewiesenen Resultate und Definitionen zu begründen. Darüber hinaus muss der logische Aufbau Ihrer Argumentation für alle nachvollziehbar sein.

Jede komplett richtig gelöste Aufgabe wird in der Regel mit vier Punkten bewertet. Ist Ihr Lösungsvorschlag falsch oder komplett nicht nachvollziehbar, erhalten Sie keine Punkte. Der Spielraum von null bis vier Punkten in der Bewertung soll lediglich eine grobe Richtschnur zur Qualität Ihrer Lösung darstellen.